

**MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELETRÔNICA**

LUIZ CLÁUDIO SAMPAIO RAMOS

**IMPLEMENTAÇÃO DE UM SISTEMA DETECTOR DE DIREÇÃO DE
CHEGADA POR MEIO DE EFEITO DOPPLER**

**Rio de Janeiro
2019**

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

LUIZ CLÁUDIO SAMPAIO RAMOS

**IMPLEMENTAÇÃO DE UM SISTEMA DETECTOR DE
DIREÇÃO DE CHEGADA POR MEIO DE EFEITO DOPPLER**

Projeto de Fim de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Eletrônica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro Eletrônico.

Orientador: Prof. José Antonio Apolinário Jr. - D.Sc.

Co-Orientador: Felipe Gonçalves Serrenho - M.C. (in SPE)

Rio de Janeiro
2019

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
Praça General Tibúrcio, 80 - Praia Vermelha
Rio de Janeiro - RJ CEP 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmar ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do(s) autor(es) e do(s) orientador(es).

Ramos, Luiz Cláudio Sampaio

Implementação de um sistema detector de direção de chegada por meio de efeito Doppler / Luiz Cláudio Sampaio Ramos, orientado por José Antonio Apolinário Jr. e Felipe Gonçalves Serrenho - Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2019.

43p.: il.

Projeto de Fim de Curso (graduação) - Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2019.

1. Curso de Graduação em Engenharia Eletrônica - projeto de fim de curso. 1. Direção de chegada. 2. arranjo de microfones. 3. efeito Doppler. 4. estimação de frequência instantânea. 5. mínimos quadrados. I. Apolinário Jr., José Antonio. II. Serrenho, Felipe Gonçalves. III. Título. IV. Instituto Militar de Engenharia.

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

LUIZ CLÁUDIO SAMPAIO RAMOS

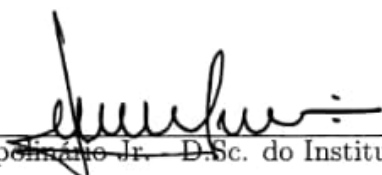
IMPLEMENTAÇÃO DE UM SISTEMA DETECTOR DE
DIREÇÃO DE CHEGADA POR MEIO DE EFEITO DOPPLER

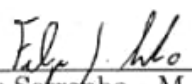
Projeto de Fim de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Eletrônica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro Eletrônico.

Orientador: Prof. José Antonio Apolinário Jr. - D.Sc.

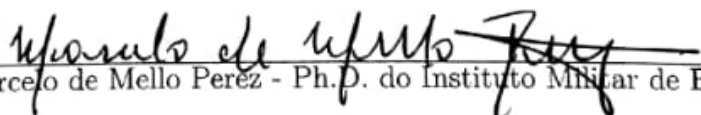
Co-Orientador: Felipe Gonçalves Serrenho - M.C. (in SPE)

Aprovado em 07 de Outubro de 2019 pela seguinte Banca Examinadora:


Prof. José Antonio Apolinário Jr. - D.Sc. do Instituto Militar de Engenharia - Presidente


Felipe Gonçalves Serrenho - M.C. (in SPE) do Instituto Militar de Engenharia


Prof.ª Carla Liberal Pagliari - Ph.D. do Instituto Militar de Engenharia


Prof. Marcelo de Mello Perez - Ph.D. do Instituto Militar de Engenharia

Rio de Janeiro
2019

Aos meus irmãos Stefano e Patricia, pelo exemplo de caráter, determinação e resiliência.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus familiares, pelo apoio incondicional e pela total dedicação desde sempre em minha formação escolar e acadêmica.

Meus colegas da turma de 2019 da Seção de Engenharia Elétrica do Instituto Militar de Engenharia, pela troca de experiência e conhecimento, além de amizades que levarei para além dos tempos escolares.

Meus mestres, pelos ensinamentos ao longo dos 5 anos neste curso, em especial aos Professores Paulo Fernando Ferreira Rosa, pela oportunidade de um intercâmbio, Luiz Renault Leite Rodrigues e Amarildo Teodoro da Costa, pelos ensinamentos que transcendem a sala de aula, e ao meu Professor Orientador Dr. José Antonio Apolinário Jr. e ao Co-orientador Felipe Gonçalves Serrenho, por suas disponibilidades e atenções, seus comprometimentos com o trabalho e todas as conversas sobre a carreira acadêmica.

“A ciência é, portanto, uma perversão de si mesma, a menos que tenha como fim último, melhorar a humanidade. ”

NIKOLA TESLA

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES	7
LISTA DE TABELAS	9
LISTA DE SIGLAS	10
LISTA DE ABREVIATURAS	11
1 INTRODUÇÃO	14
1.1 Motivação	14
1.2 Fundamentos	15
1.3 Objetivo	15
1.4 Estrutura	16
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	17
2.1 Arranjo utilizado	17
2.2 Detecção e processamento do sinal de interesse	19
2.3 Estimação de frequência instantânea	22
2.4 Solução de Mínimos Quadrados	24
2.5 Estimação para sinais banda-larga	25
3 MÉTODO PROPOSTO	30
4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS	35
4.1 Experimentos Teóricos	35
4.2 Experimentos Práticos	37
4.2.1 Sinais previamente coletados	37
4.2.2 Sinais em tempo quase-real	39
5 CONCLUSÃO	41
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	42

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG.2.1	Arranjo de microfones UMA-8 (MINIDSP, 2017).	18
FIG.2.2	Representação do microfone hipotético em movimento circular uni- forme.	20
FIG.2.3	Espectro do sinal recebido conforme f_0 aumenta.	21
FIG.2.4	Representação em blocos do processo de amostragem circular.	22
FIG.2.5	Estimação de amplitude de um sinal por transformada de Hilbert.	23
FIG.2.6	Módulo da resposta em frequência do banco de filtros para $N = 8$ como exemplo.	26
FIG.2.7	Banco de filtros no plano complexo para $N = 8$ como exemplo.	26
FIG.2.8	Ilustração da dependência da frequência na localização utilizando o TKEO para o arranjo UMA-8.	27
FIG.2.9	Espectrograma de um tom de frequência $f_e = 600$ Hz.	28
FIG.2.10	Espectrograma de um sinal de música.	28
FIG.2.11	Espectrograma de um sinal de ruído branco gaussiano.	29
FIG.2.12	Espectrograma de um sinal de voz.	29
FIG.3.1	Erro absoluto de estimação, em graus, em função do número de amostras L escolhidas.	30
FIG.3.2	Método proposto para estimação de direção de chegada.	31
FIG.3.3	Ilustração da estimação para sinal simulado.	32
FIG.3.4	Ilustração da estimação para sinal gravado.	32
FIG.3.5	Tempo de processamento para estimação de DoA em função do número de amostras L escolhidas.	33
FIG.3.6	Ilustração do processo de estimação em tempo <i>quase-real</i>	33
FIG.4.1	Sinais utilizados como referência para estimação banda-larga.	36
FIG.4.2	Ambiente de coleta de dados para experimento prático.	37
FIG.4.3	Direções de chegada das 3 posições de fonte (vista superior).	38
FIG.4.4	Histograma das estimações para o intervalo de tempo escolhido para as 3 posições da fonte (valores corretos indicados por barras ver- ticais vermelhas).	39
FIG.4.5	Coleta áudio e processamento para estimação de DoA em tempo quase-real de um tom (a fonte utilizada ficou estacionária e girou- se o arranjo).	40

FIG.4.6	Coleta de áudio e processamento para estimação de DoA em tempo quase-real de um ruído branco gaussiano (a fonte utilizada foi o celular que variou de posição ao redor do arranjo).	40
---------	---	----

LISTA DE TABELAS

TAB.2.1	Coordenadas dos microfones em relação ao centro do arranjo	18
TAB.4.1	Resultados de estimação para um tom na frequência $f_e = 500$ Hz usando sinais simulados para diferentes valores de f_0 . (Erro abso- luto, em graus)	35
TAB.4.2	Resultados de estimação para cinco diferentes valores de DoA φ para sinais de música, ruído e voz (Erro absoluto, em graus)	37

LISTA DE SIGLAS

CS	Amostragem circular
DoA	Direção de Chegada
DSP	Discrete signal processor
GCC	Correlação cruzada generalizada
LS	Mínimos quadrados
MIMO	Múltiplas entradas e múltiplas saídas
RF	Rádio-frequência
SNR	Razão sinal-ruído
SRP	Steered response power
TDoA	Diferença de tempo de chegada
TKEO	Teager-Kaiser Energy Operator
USB	Universal Serial Bus

LISTA DE ABREVIATURAS

SÍMBOLOS

φ	-	Azimute da direção de chegada
$\tilde{\varphi}$	-	Azimute estimado da direção de chegada
$\mathbf{a}_{\varphi}$	-	Direção de chegada em duas dimensões
$\mathbf{a}_{\theta,\varphi}$	-	Direção de chegada em três dimensões
f_e	-	Frequência da fonte sonora
f_s	-	Frequência de amostragem
f_0	-	Frequência de revolução do microfone hipotético
$\tilde{f}_i$	-	Frequência estimada ouvida por microfone hipotético em movimento
f_i	-	Frequência ouvida por microfone hipotético em movimento
ξ	-	Função custo mínimos quadrados
L	-	Número de amostras escolhido para estimação
M	-	Número de microfones do arranjo circular
$\mathbf{m}(t)$	-	Posição do microfone hipotético em movimento
r	-	Raio do arranjo de microfones
$c(n)$	-	Sinal coletado após amostragem circular
σ^2	-	Variância
Ω_0	-	Velocidade angular de movimento do microfone hipotético
ω_0	-	Velocidade angular em tempo discreto do microfone hipotético
$\mathbf{v}(t)$	-	Velocidade do microfone hipotético em movimento
c	-	Velocidade do som
ψ	-	Teager-Kaiser Energy Operator
θ	-	Zênite da direção de chegada

RESUMO

Este trabalho apresenta o uso da estimativa instantânea de frequência aliada à minimização de mínimos quadrados a fim de encontrar a direção de chegada de sinais acústicos. O operador de energia Teager-Kaiser em tempo discreto é usado, após amostragem circular em um arranjo de microfones, para analisar a mudança de frequência pelo efeito Doppler de um microfone emulado em movimento. O sistema proposto utiliza um arranjo circular uniforme de pequenas dimensões e pode estimar a direção de chegada direta dos sinais de banda estreita e de banda larga. Resultados experimentais mostram estimativas precisas com erros absolutos médios menores que 5° na estimação do azimute da direção de chegada.

ABSTRACT

This work presents the use of instantaneous frequency estimation allied with least squares minimization in order to find the direction of arrival of acoustic signals. The discrete-time Teager-Kaiser Energy Operator is used, after circular sampling in a microphone array, to analyze the frequency shift by Doppler effect of an emulated moving microphone. The proposed system uses a small uniform circular array, and can estimate the direction of arrival for narrowband and wideband signals. Experimental results report accurate estimation with low absolute error mean and standard deviation.

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

A estimação de Direção de Chegada (DoA, do inglês *Direction of Arrival*) é um tópico de grande interesse acadêmico, e consiste em determinar a direção de chegada de um plano de onda, mecânica ou eletromagnética, em relação a um sistema de coordenadas, o que inclui som no ar e na água, assim como sinais sísmicos. Como aplicações, pode-se citar:

- Radar, como em Qin et al. (2017), que propõe um método para estimar DoA de alvos coerentes e não correlacionados explorando um radar de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO, do inglês *Multiple Input and Multiple Output*) com arranjos de transmissão e recepção.
- Sonar, como em Huang et al. (2009), que apresenta um sonar monostático MIMO para tratar de múltiplos alvos utilizando transmissão simultânea de formas de onda ortogonais.
- Comunicação wireless, como em Jeon et al. (2002), que mostra um projeto de sistema de antena inteligente com beamforming adaptativo para comunicação sem fio, com estimação de DoA.
- Geofísica, mostrado em Poggi e Fäh (2009), que introduz uma nova metodologia para recuperar a elipticidade das ondas Rayleigh.
- Medicina, como em Dey et al. (2017), que apresenta um sistema para aquisição de imagens do trato gastrointestinal por meio de endoscopia.
- Determinação de direção de visada, tanto para broadcast em rádio-frequência (RF) (EDILSON CELESTINO DOS SANTOS, 2017), como para frequências ultrassônicas para localização de atirador (IZABELA L. FREIRE, JOSÉ A. APOLINÁRIO JR., 2011).

Este trabalho consiste em determinar a DoA utilizando um arranjo de microfones.

1.2 FUNDAMENTOS

Existem vários métodos de estimação da Direção de Chegada utilizando arranjo de microfones, como, por exemplo, *Beamforming* (LAM; SINGER, 2006), *Capon* (CAPON, 1969) (STOICA; MOSES, 2005), *MUSIC* (L. VAN TREES, 2002), *ESPRIT* (ROY; KAILATH, 1989), os baseados em correlação cruzada generalizada (GCC, do inglês *Generalized Cross Correlation*) (L. VAN TREES, 2002) e os baseados em efeito Doppler (SCHASSE; MARTIN, 2010). Em geral divide-se os estimadores de DoA em dois grupos, de acordo com o sinal da fonte a ser localizada: os estimadores banda-estreita e os banda-larga. Em geral, os estimadores banda-estreita utilizam arranjos de dimensões da ordem de metade do comprimento de onda do sinal da portadora (L. VAN TREES, 2002). Dentre os estimadores banda-larga destacamos dois tipos: os baseados em estimadores banda-estreita e os baseados em diferença de tempo de chegada (TDoA, do inglês *Time Difference of Arrival*) entre os elementos que minimizam uma função custo, por exemplo, mínimos quadrados (LS, do inglês *Least-Squares*) (SMITH; ABEL, 1987). Os do primeiro tipo utilizam arranjos de pequenas dimensões, enquanto os do segundo tipo apresentam melhor desempenho com arranjos com sensores mais espaçados.

1.3 OBJETIVO

O objetivo do trabalho consiste em apresentar um método baseado em efeito Doppler utilizando mínimos quadrados. Para isso, é explorada a utilização de estimação de frequência instantânea com o Teager-Kaiser Energy Operator (TKEO) de tempo discreto (KAISER, 1990), já que ele é capaz de lidar com rápidas mudanças na frequência instantânea de sinais, juntamente com a minimização de uma função custo mínimos quadrados de forma a encontrar a Direção de Chegada de um sinal. Como é uma técnica baseada em efeito Doppler, que é a variação de frequência de um sinal sonoro quando há movimento relativo entre a fonte e o observador, utiliza-se um arranjo comercial de microfones para emular um microfone em movimento circular uniforme usando uma técnica chamada amostragem circular (CS, do inglês *circular sampling*). Como o arranjo utilizado no trabalho é de pequenas dimensões, é proposta uma técnica de estimação em banda-estreita e uma técnica de estimação em banda-larga a qual é baseada na estimação banda-estreita.

1.4 ESTRUTURA

Este trabalho está organizado da seguinte forma: no Capítulo 2, é feita toda fundamentação teórica do método proposto, ilustrando o arranjo de microfones utilizado, o processamento para obtenção do sinal de interesse, o método utilizado para estimação de frequência e a minimização por mínimos quadrados, bem como a síntese de um banco de filtros para a técnica banda-larga; o Capítulo 3 mostra o método proposto para estimação de DoA, enquanto o Capítulo 4 mostra os resultados experimentais. Por fim, o Capítulo 5 conclui o trabalho.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O método proposto faz uso da variação de frequência de um sinal recebido por um microfone em movimento devido ao efeito Doppler. Dessa forma, utilizando um arranjo circular de microfones, apresentado na Seção 2.1, emula-se um microfone em movimento circular uniforme, como mostrado na Seção 2.2. O sinal recebido pelo microfone apresenta mudança na frequência com relação ao sinal emitido pela fonte, e, de forma a estimar a frequência instantânea do sinal, utiliza-se o TKEO de tempo discreto (SCHASSE; MARTIN, 2010), como mencionado na Seção 2.3. Em seguida, é proposta uma função custo mínimos quadrados que relaciona a frequência esperada por efeito Doppler com a frequência estimada, como explicado na Seção 2.4. O método proposto é adaptado para sinais banda-larga na Seção 2.5.

2.1 ARRANJO UTILIZADO

O arranjo planar de microfones utilizado é mostrado na Figura 2.1. Trata-se do arranjo circular UMA-8, da MiniDSP (MINIDSP, 2017), composto por sete microfones: um no centro da placa, e os outros seis dispostos nos vértices de um hexágono regular centrado no centro da placa. Os ângulos φ e θ definem o vetor unitário $\mathbf{a}_{\theta,\varphi} = -[\sin \theta \cos \varphi \ \sin \theta \sin \varphi \ \cos \theta]^T$, na direção da onda sonora plana que se aproxima do arranjo, e representam o azimute e o zênite, respectivamente.

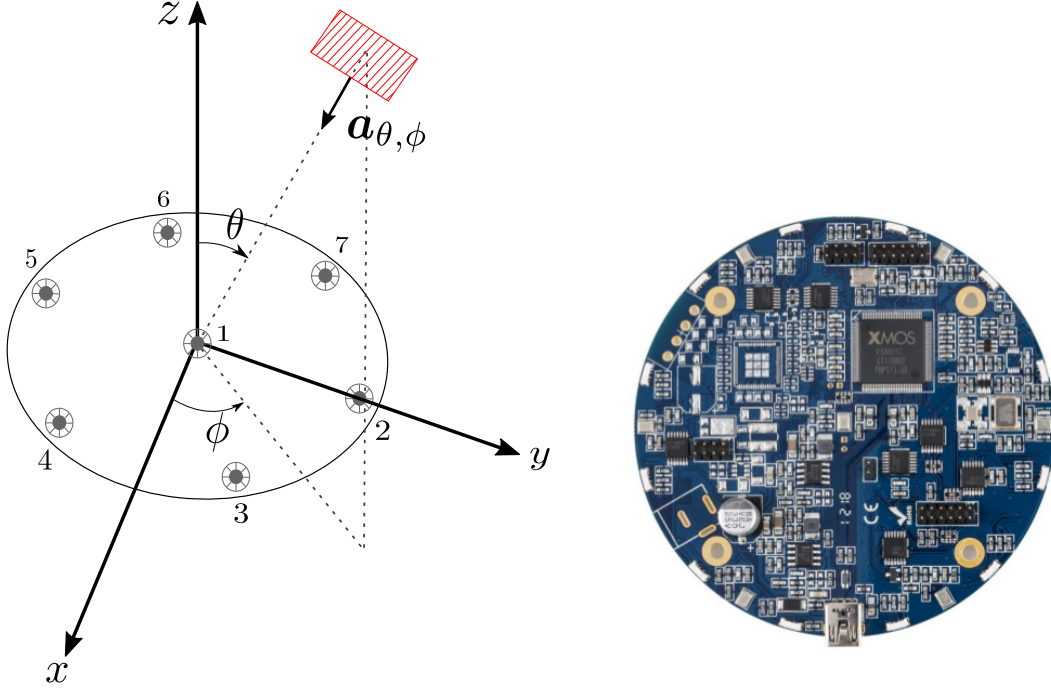


FIG. 2.1: Arranjo de microfones UMA-8 (MINIDSP, 2017).

As coordenadas de cada microfone são mostradas na Tabela 2.1. O arranjo tem suporte a uma interface USB, de forma que é possível conectá-lo em um computador e coletar dados brutos dos microfones.

TAB. 2.1: Coordenadas dos microfones em relação ao centro do arranjo

Microfone	Coordenadas (metros)		
	x	y	z
1	0	0	0
2	0	0.0430	0
3	0.0372	0.0215	0
4	0.0372	-0.0215	0
5	0	-0.0430	0
6	-0.0372	-0.0215	0
7	-0.0372	0.0215	0

Como objetiva-se estimar a DoA utilizando um arranjo planar, o ângulo de interesse a ser descoberto será somente o azimuth (φ). Dessa forma, considerando uma fonte que emite um tom de frequência f_e , a frequência ouvida por um microfone com velocidade $\mathbf{v}(t)$ é dada por:

$$f_i = f_e \left(1 - \frac{\mathbf{v}^T(t) \mathbf{a}_\varphi}{c} \right) \quad (2.1)$$

onde $\mathbf{a}_\varphi$ é a direção de propagação do som emitido pela fonte, dada por:

$$\mathbf{a}_\varphi = \begin{bmatrix} -\cos \varphi \\ -\sin \varphi \end{bmatrix}. \quad (2.2)$$

2.2 DETECÇÃO E PROCESSAMENTO DO SINAL DE INTERESSE

A fim de emular um microfone em movimento uniforme, como na Figura 2.2, considere um microfone hipotético cuja posição $\mathbf{m}(t)$ é dada pela Equação (2.3). Note que $\mathbf{m}(t)$ corresponde a um movimento circular uniforme de raio r igual ao raio do arranjo e velocidade angular Ω_0 .

$$\mathbf{m}(t) = \begin{bmatrix} r \cos \Omega_0 t \\ r \sin \Omega_0 t \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Uma fonte estacionária muito afastada do arranjo (*far-field*) emitindo um tom de frequência f_e gera uma onda sonora plana na região do arranjo, de forma que o sinal recebido pelo microfone hipotético em movimento uniforme é dado pela Equação (2.4):

$$s(t) = A \cos \left(\frac{2\pi f_e}{c} \mathbf{a}_\varphi^T \mathbf{m}(t) - 2\pi f_e t \right), \quad (2.4)$$

onde c é a velocidade do som, dada por $c = 20.055\sqrt{T + 273.15}$ em função da temperatura T , em graus Celsius (HALLIDAY et al., 2010). O sinal $s(t)$ foi discretizado a uma taxa de amostragem de $f_s = 44.1$ kHz, de forma que $t = \frac{n}{f_s}$. Assim, a posição do microfone hipotético é dada pela Equação (2.5).

$$\mathbf{m}(n) = \begin{bmatrix} r \cos \omega_0 n \\ r \sin \omega_0 n \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

onde $\omega_0 = \frac{\Omega_0}{f_s}$.

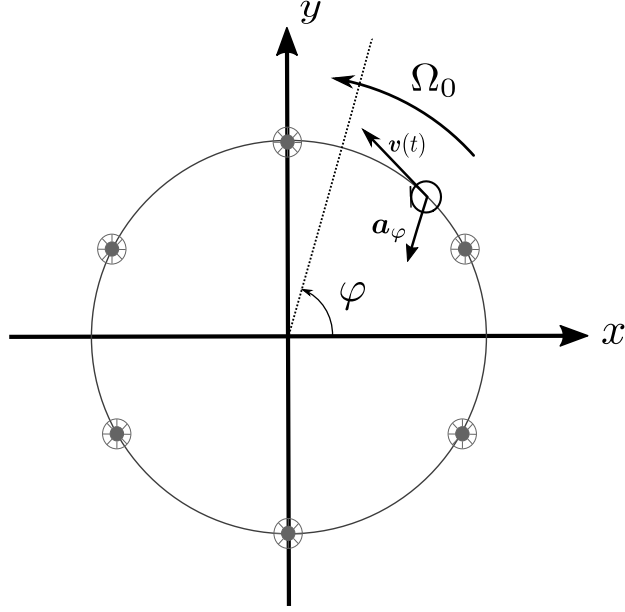


FIG. 2.2: Representação do microfone hipotético em movimento circular uniforme.

Conforme aumenta-se o valor da velocidade angular $\Omega_0 = 2\pi f_0$ do microfone emulado, a variação em frequência devido a efeito Doppler também cresce, de forma que pode causar aliasing, como mostrado na Figura 2.3 dependendo do valor de f_0 . Por conta disso, a estimação da frequência instantânea será feita com o TKEO, como será tratado na Seção 2.3, e não com outros métodos menos susceptíveis a ruído que utilizam a densidade espectral de potência para estimação de frequência, como o Center-of-Gravity (CLARK; ATLAS, 2009).

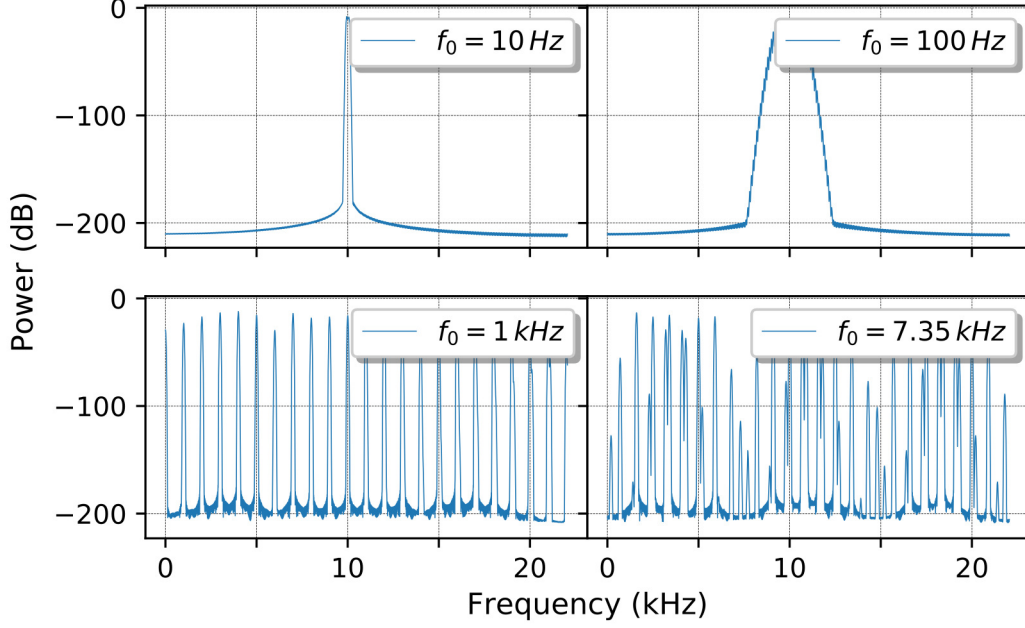


FIG. 2.3: Espectro do sinal recebido conforme f_0 aumenta.

Fazendo $\Omega_0 = \frac{2\pi f_s}{M}$, ou $f_0 = 7350 \text{ Hz}$ para $M = 6$ microfones e $f_s = 44.1 \text{ kHz}$, o microfone em movimento circular é amostrado exatamente na posição dos microfones do arranjo, técnica chamada de amostragem circular (CS), na qual a primeira amostra é originada do primeiro microfone, a segunda amostra, do segundo microfone, e assim por diante (a amostragem é dita como feita *in a round-robin fashion*). Matematicamente, o sinal recebido após CS, $c(n)$, pode ser descrito usando a representação em decomposição polifásica, como em Schasse e Martin (2010):

$$c(n) = \sum_{m=0}^{M-1} x_m(n)w_M(n - m - m_0), \quad (2.6)$$

onde $x_m(n)$ é o sinal recebido pelo m -ésimo microfone, m_0 é determinado pelo microfone inicial da amostragem e:

$$w_M(n - \nu) = \frac{1}{M} \sum_{\mu=0}^{M-1} W_M^{\mu(n-\nu)} = \begin{cases} 1, & n = mM + \nu; \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (2.7)$$

onde $W_M = e^{-j\frac{2\pi}{M}}$ é a M -ésima raiz da unidade e ν é um atraso arbitrário de amostras. O diagrama de blocos da amostragem circular é dado pela Figura 2.4. Outra forma de representar o sinal $c(n)$ é receber o sinal do microfone n , $x_n(n)$, adiantá-lo em n amostras, e realizar *downsampling* com fator M , com posterior *upsampling* do mesmo fator M e atraso de n amostras. Com isso, coleta-se sempre a amostra desejada do microfone n , ou

seja, na primeira volta a n -ésima amostra, na segunda volta a $(n + 6)$ -ésima amostra, e assim sucessivamente.

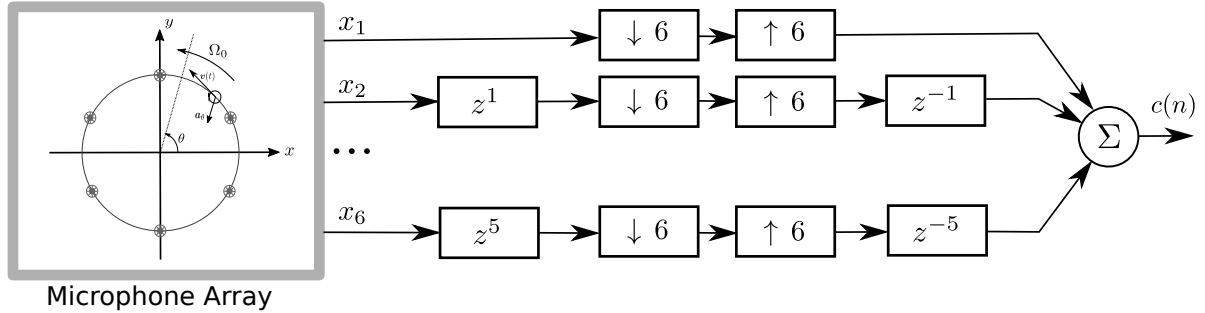


FIG. 2.4: Representação em blocos do processo de amostragem circular.

2.3 ESTIMAÇÃO DE FREQUÊNCIA INSTANTÂNEA

Para descobrir a variação de frequência do microfone em movimento, precisa-se estimar a frequência instantânea do sinal, o que pode ser feito utilizando o Teager-Kaiser Energy Operator de tempo discreto, que é definido em Kaiser (1990) para um sinal discreto qualquer $x(n)$:

$$\psi[x(n)] = x^2(n) - x(n-1)x(n+1). \quad (2.8)$$

Se $x(n)$ é um sinal senoidal dado por $x(n) = A(n) \cos(\omega(n)n)$, o TKEO fornece informações sobre a frequência instantânea, já que é aproximadamente igual ao produto do quadrado da amplitude do sinal pela frequência, dado pela Equação (2.9).

$$\begin{aligned} \psi[A(n) \cos(\omega(n)n)] &= A^2(n) \sin^2 \omega(n) \\ \tilde{\omega}(n) &= \sin^{-1} \frac{\sqrt{\psi[x(n)]}}{A(n)} \\ \tilde{f}_i(n) &= \frac{f_s \tilde{\omega}(n)}{2\pi}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

onde $\tilde{f}_i(n)$ é a frequência estimada do sinal para a amostra $x(n)$. Observe que o TKEO é proporcional ao quadrado da amplitude e aproximadamente igual ao quadrado da frequência, de forma que a amplitude do sinal é de extrema importância para a estimação. Como explicitado em (SCHASSE et al., 2012), a estimação piora quando a amplitude do sinal é pequena. Para estimação de amplitude instantânea $A(n)$ pode-se utilizar a transformada de Hilbert do sinal, definida como na Equação (2.10) para um sinal discreto (HAYKIN, 1989).

$$\hat{x}(n) = x(n) * \underbrace{\frac{1}{2\pi} \left[\int_{-\pi}^0 i \cdot e^{i\omega n} d\omega - \int_0^{\pi} i \cdot e^{i\omega n} d\omega \right]}_{h(n)} \quad (2.10)$$

$$h(n) \triangleq \begin{cases} 0, & \text{para } n \text{ par,} \\ \frac{2}{\pi n}, & \text{para } n \text{ ímpar.} \end{cases} \quad (2.11)$$

Dada a transformada de Hilbert, constrói-se o sinal analítico do sinal $x(n)$ que será dado por $x_a(n) = x(n) + j\hat{x}(n)$. Com isso, se $x(n) = A(n)\cos(\omega(n))$, então $\hat{x}(n) = A(n)\sin(\omega(n))$, de forma que $x_a(n) = A(n)\cos(\omega(n)) + jA(n)\sin(\omega(n))$. Assim, a amplitude instantânea de $x(n)$ será dada pelo módulo do sinal analítico $x_a(n)$, como observado na Equação (2.12).

$$|x_a(n)| = \sqrt{A^2(n)\cos^2(\omega(n)) + A^2(n)\sin^2(\omega(n))} = A(n) \quad (2.12)$$

A Figura 2.5 ilustra a estimação de amplitude utilizando a transformada de Hilbert do sinal.

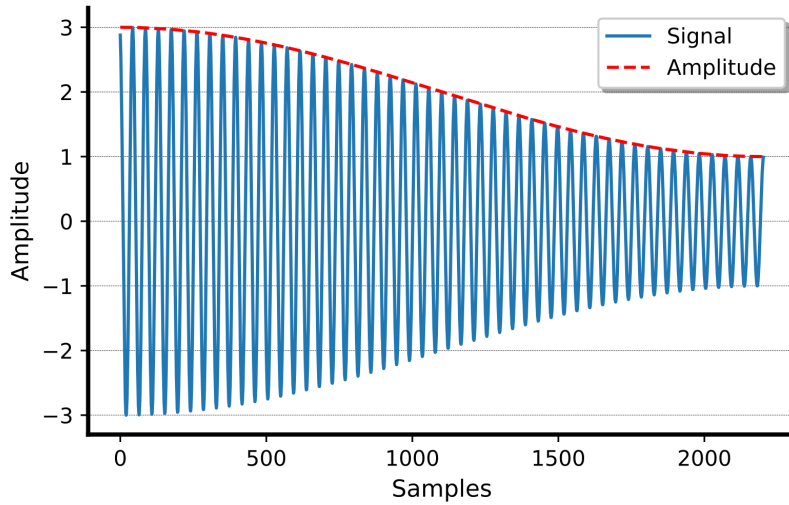


FIG. 2.5: Estimação de amplitude de um sinal por transformada de Hilbert.

Note que, se $x(n)$ for, por exemplo, um sinal com muito ruído, de forma a ter grandes variações de amplitude, $\psi[x(n)]$ pode ser negativo. Assim, a frequência estimada $\tilde{f}_i(n)$ pode ser um número complexo. Neste trabalho, foi utilizada a parte real para estimação de frequência. Além disso, como é preciso detectar variações na frequência instantânea em métodos baseados em efeito Doppler, a sequência $\tilde{f}_i(n)$ é transladada de forma que seu valor médio seja f_e , a frequência esperada do sinal. No caso de estimação banda-larga, o valor médio é a frequência central do filtro passa-banda utilizada para cada intervalo, como

detalhado na Seção 2.5. Dessa forma, as principais limitações do TKEO são: o intervalo de frequências que pode ser utilizado para a estimação, limitado em $\omega < \frac{\pi}{4}$; é bastante dependente do valor da amplitude do sinal recebido; e é bastante susceptível a ruído, já que, estimando o quadrado da frequência instantânea, pode gerar valores complexos para a frequência.

2.4 SOLUÇÃO DE MÍNIMOS QUADRADOS

De forma a estimar a DoA, dado o sinal construído pela Equação (2.6), foi utilizada solução baseada na minimização de uma função custo mínimos quadrados, que considera as amostras de um dado intervalo de tempo para achar a DoA minimizando, com respeito à variável $\mathbf{a}_\varphi$. A função custo, dada pela Equação (2.13), compara a Equação (2.1), a frequência esperada por efeito Doppler, com a frequência instantânea estimada $\tilde{f}_i$ e é utilizada de forma a minimizar o erro quadrático de estimação.

$$\xi = \sum_{i=1}^L ((\tilde{f}_i - f_0) + \frac{f_0}{c} \mathbf{v}_i^T(t) \mathbf{a}_\varphi)^2 \quad (2.13)$$

onde L é o número de amostras consideradas na estimação. Calculando o gradiente da Equação (2.13) com respeito $\mathbf{a}_\varphi$ e igualando o resultado a zero, pode-se estimar a DoA $\tilde{\mathbf{a}}_{DoA}$ dada pela Equação (2.14):

$$\tilde{\mathbf{a}}_{DoA} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{p}, \quad (2.14)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \frac{f_0^2}{c^2} \sum_{i=1}^L \mathbf{v}_i(t) \mathbf{v}_i^T(t), \text{ e} \\ \mathbf{p} &= \frac{f_0}{c} \sum_{i=1}^L (\tilde{f}_i - f_0) \mathbf{v}_i(t). \end{aligned} \quad (2.15)$$

A Equação (2.14) fornece a DoA $\tilde{\mathbf{a}}_{DoA}$ em coordenadas retangulares. Para calcular $\tilde{\varphi}$, o azimuth estimado, utiliza-se a função *atan2*, que calcula o ângulo orientado de um vetor, e é dada pela Equação (2.16).

$$\text{atan2}(y, x) = \begin{cases} \tan^{-1}(\frac{y}{x}) & \text{se } x > 0, \\ \tan^{-1}(\frac{y}{x}) + \pi & \text{se } x < 0 \text{ e } y \geq 0, \\ \tan^{-1}(\frac{y}{x}) - \pi & \text{se } x < 0 \text{ e } y < 0, \\ +\frac{\pi}{2} & \text{se } x = 0 \text{ e } y > 0, \\ -\frac{\pi}{2} & \text{se } x = 0 \text{ e } y < 0, \\ \text{n\~ao definida} & \text{se } x = 0 \text{ e } y = 0. \end{cases} \quad (2.16)$$

2.5 ESTIMAÇÃO PARA SINAIS BANDA-LARGA

Para estimação da DoA em sinais banda-larga, utiliza-se um banco de filtros para dividir o sinal original em bandas igualmente espaçadas de 0 to $f_s/2$, como mostrado no Figura 2.6. Depois aplica-se, para cada sinal filtrado, o TKEO para estimar a frequência instantânea em cada banda, e estima-se a DoA com mínimos quadrados.

O banco de filtros foi definido da seguinte forma: seja G_{k_0} uma sequência de comprimento $N = 256$ definida como na Equação (2.17) (RABINER; SCHAFER, 2007):

$$G_{k_0}(k) = \begin{cases} 1, & k = k_0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.17)$$

Dessa forma, a transformada inversa de Fourier de G_{k_0} é dada por $g_{k_0}(n) = \frac{1}{N}e^{j2\pi k_0 n/N}$. Assim, sendo $h_k = g_k + g_{N-k}$, para $k = 1, 2, \dots, \frac{N}{2}$, h_k é um filtro passa-banda com frequência central em $\frac{kf_s}{N}$. O módulo da resposta em frequência dos filtros $h_0, h_1, \dots, h_{\frac{N}{2}}$ é mostrada Figura 2.6 e a representação no plano complexo do banco de filtros é mostrada na Figura 2.7 (foi utilizado $N = 8$ para simplificar a visualização).

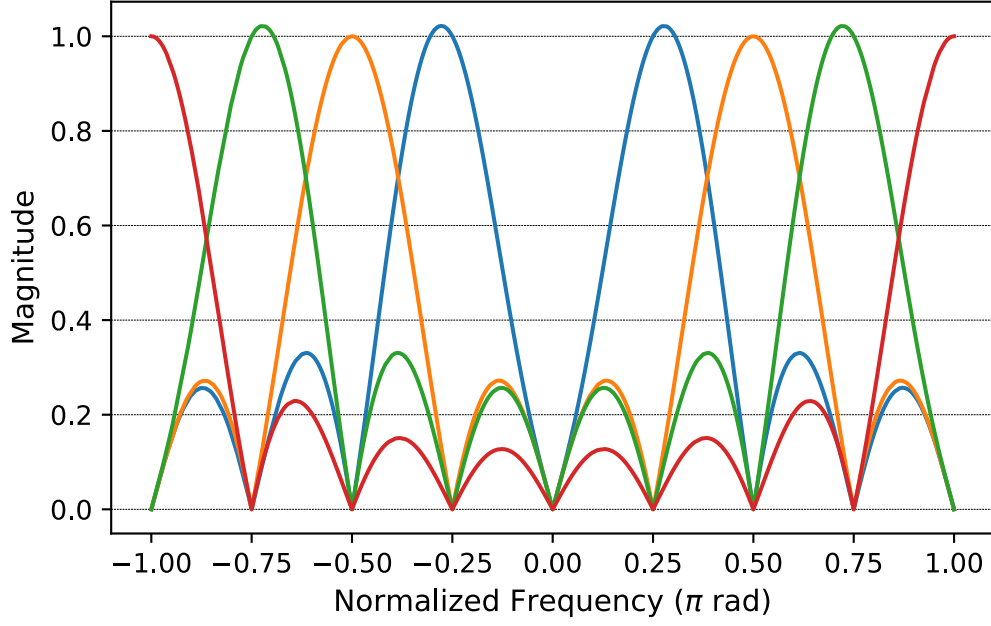


FIG. 2.6: Módulo da resposta em frequência do banco de filtros para $N = 8$ como exemplo.

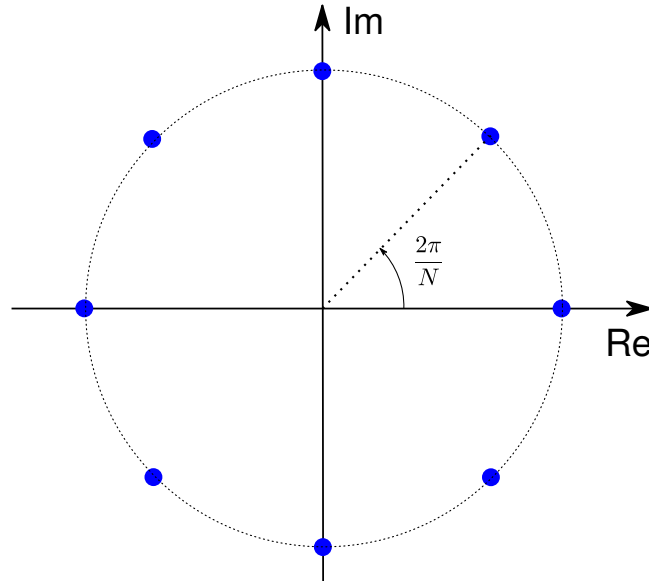


FIG. 2.7: Banco de filtros no plano complexo para $N = 8$ como exemplo.

Um ponto importante na utilização do TKEO é a dependência da frequência do sinal na localização. Como explicado em Schasse e Martin (2010), pode-se ver características interessantes da resposta do método com relação a frequência. Para isso, foi realizada uma simulação de estimação de DoA de um tom, como explicado no Capítulo 3, e variando-se a frequência do tom emitido, o erro absoluto na estimação calculado está mostrado na Figura 2.8 para cada frequência f_e do sinal emitido. Observa-se que:

- (a) Existe uma banda de frequências, que depende da frequência de amostragem e do arranjo utilizado, na qual a localização funciona com erros pequenos.
- (b) Para frequências acima de $\frac{f_s}{8}$, as curvas mostram formatos determinísticos, dependendo do número de microfones, formato do arranjo e frequência de amostragem.
- (c) Dependendo do número de microfones, a estimação pode mostrar alguns pulsos espúrios em certas frequências, que correspondem a aliasing espacial na construção do sinal amostrado circularmente.

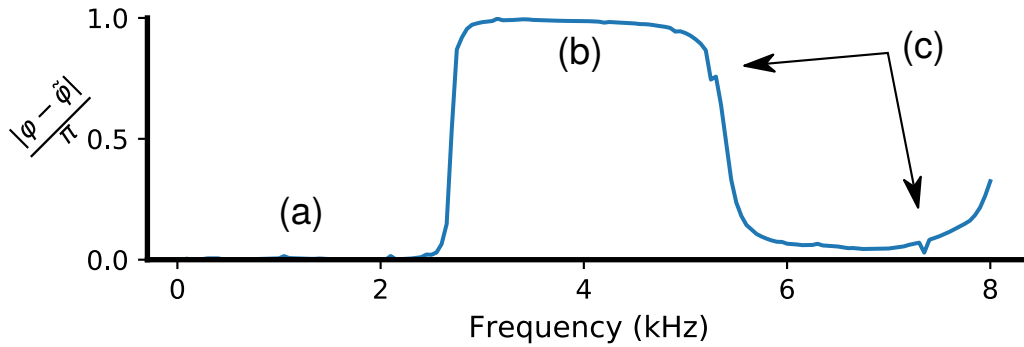


FIG. 2.8: Ilustração da dependência da frequência na localização utilizando o TKEO para o arranjo UMA-8.

Dessa forma, as frequências utilizadas para estimação foram selecionadas de acordo com o intervalo utilizável do TKEO (nesse caso, utilizou-se de 500 Hz a 2 kHz) (KAISER, 1990). Além disso, verifica-se se o intervalo de frequências utilizada na estimação após resposta do banco de filtros tem energia suficiente de sinal para estimação, já que, por exemplo, um tom de $f_e = 600 \text{ Hz}$ não apresenta energia considerável fora da faixa de f_e , como ilustra a Figura 2.9, de forma que somente o intervalo que contém f_e deve ser utilizado na estimação. Com isso, somente utiliza-se intervalos de frequência com até -25 dB de potência em relação à frequência com máxima potência do sinal recebido. Esse fator é determinante para estimação de sinais banda-larga, já que o sinal deve conter energia na faixa de frequências utilizável do TKEO. Os sinais escolhidos para validação do método, como explicitado no Capítulo 3, são de música, ruído e voz. Pode-se observar os espectrogramas típicos de sinais de música (Figura 2.10), ruído (Figura 2.11) e voz (Figura 2.12).

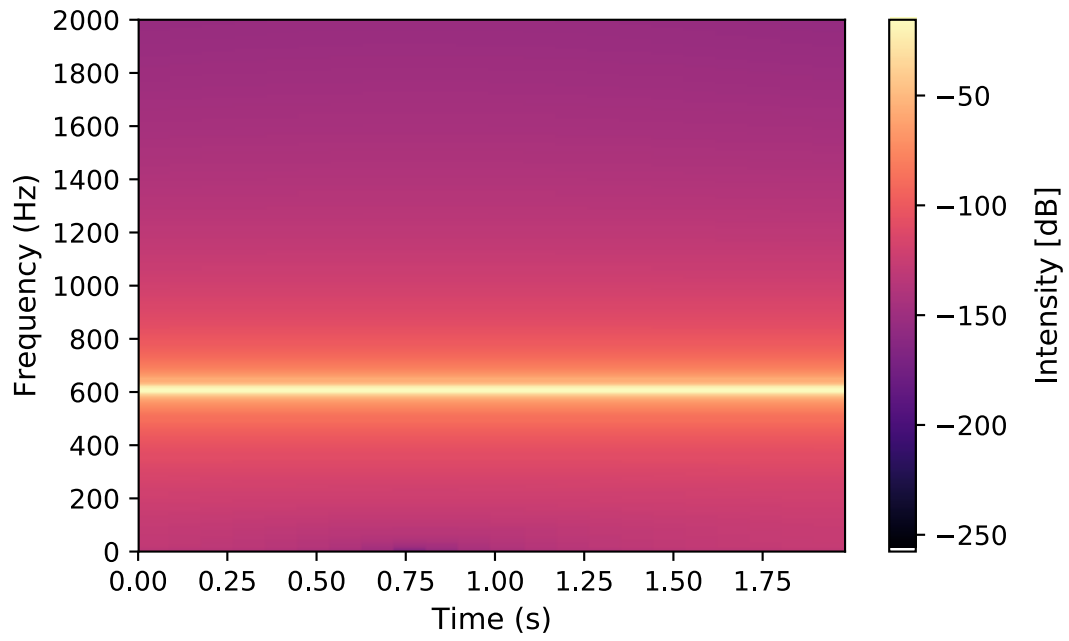


FIG. 2.9: Espectrograma de um tom de frequência $f_e = 600$ Hz.

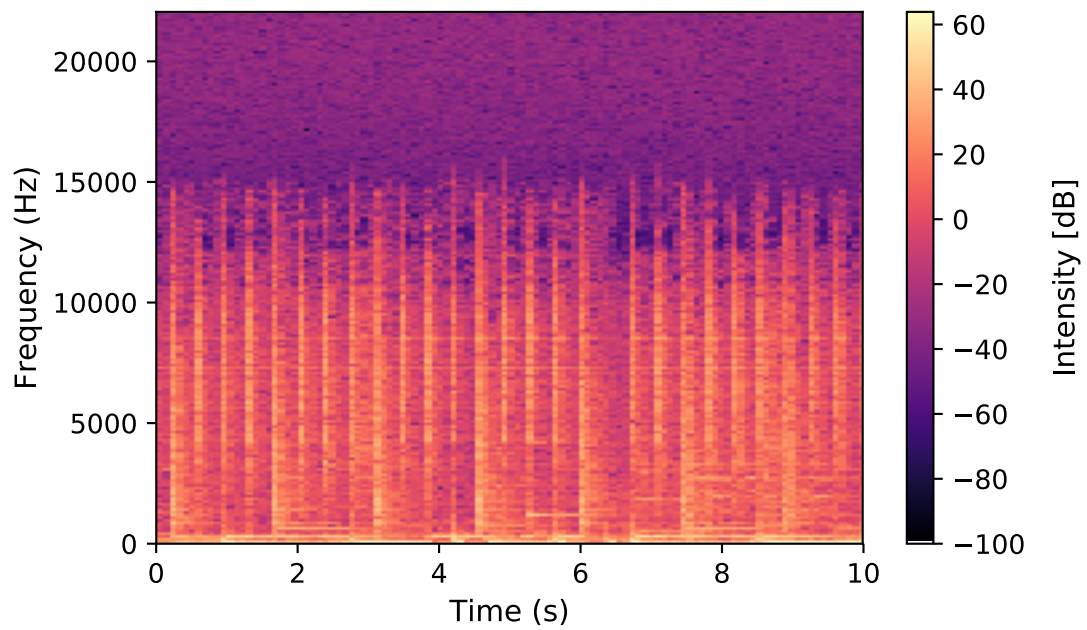


FIG. 2.10: Espectrograma de um sinal de música.

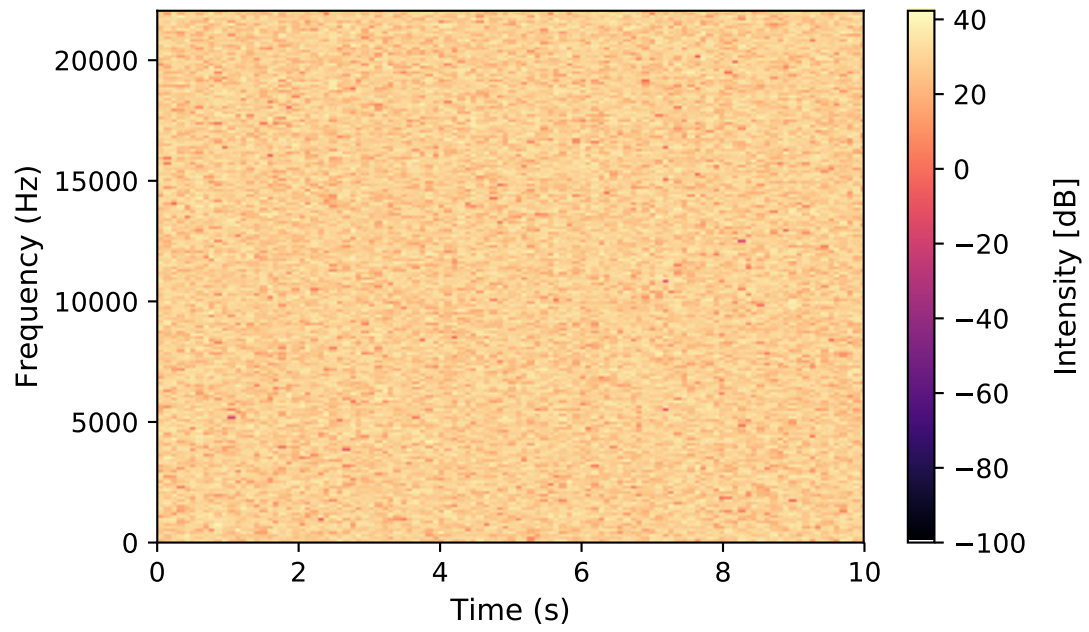


FIG. 2.11: Espectrograma de um sinal de ruído branco gaussiano.

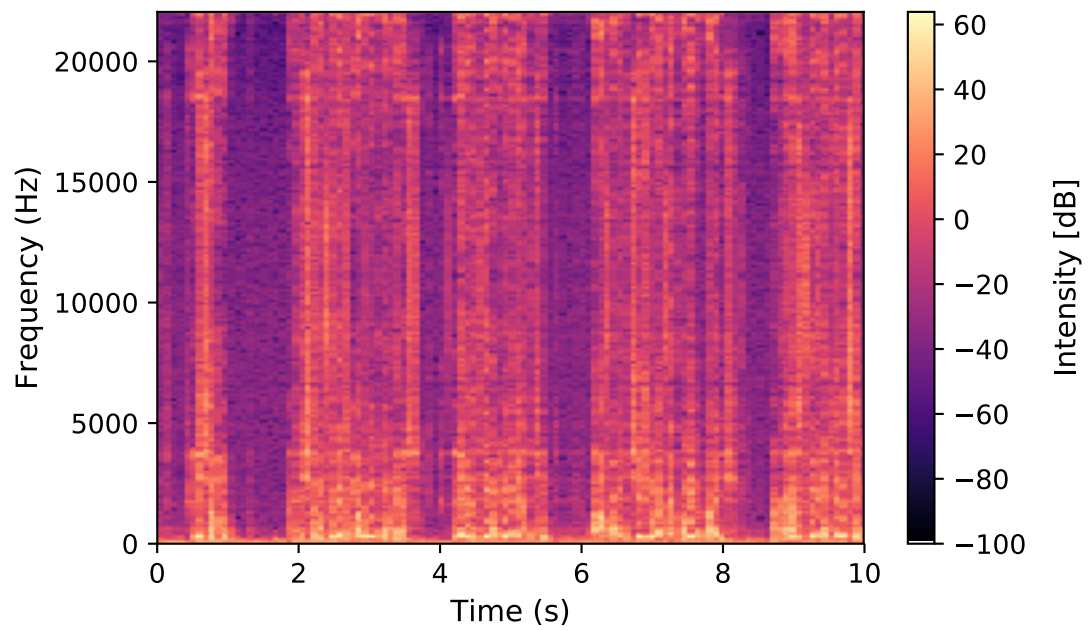


FIG. 2.12: Espectrograma de um sinal de voz.

3 MÉTODO PROPOSTO

O método completo para estimação de DoA está ilustrado na Figura 3.2. Os sinais simulados ou obtidos em gravação do arranjo são amostrados a $f_s = 44.1$ kHz e quantizados com 16 bits em formato *wav*. O número de amostras $L = 882$ escolhido corresponde a 20 milissegundos de sinal (frame de tempo), e os valores de DoA estimados para cada frame são coletados por um determinado intervalo de tempo (nesse caso, 2 segundos). O número de amostras L foi escolhido baseado no erro absoluto médio na estimação da DoA; espera-se que quanto menos amostras forem utilizadas no processo, maior será o erro de estimação. Assim, o tempo de 20 milissegundos foi escolhido já que ainda mantém erros menores que 0.25° para um tom simulado sem ruído, como mostrado na Figura 3.1. Os sinais são filtrados no banco de filtros, e a saída de cada filtro é amostrada circularmente, gerando os sinais $c_1(n)$, $c_2(n)$, ... $c_{\frac{N}{2}}(n)$. Depois, para cada sinal amostrado circularmente, estima-se a frequência instantânea utilizando o TKEO. Finalmente, com a frequência instantânea, a DoA é estimada por mínimos quadrados, utilizando a Equação (2.14). A DoA escolhida para cada intervalo de frequência é a mediana dos valores encontrados nesse intervalo de tempo. A DoA escolhida corresponde à mediana dos valores encontrados para cada intervalo de frequência.

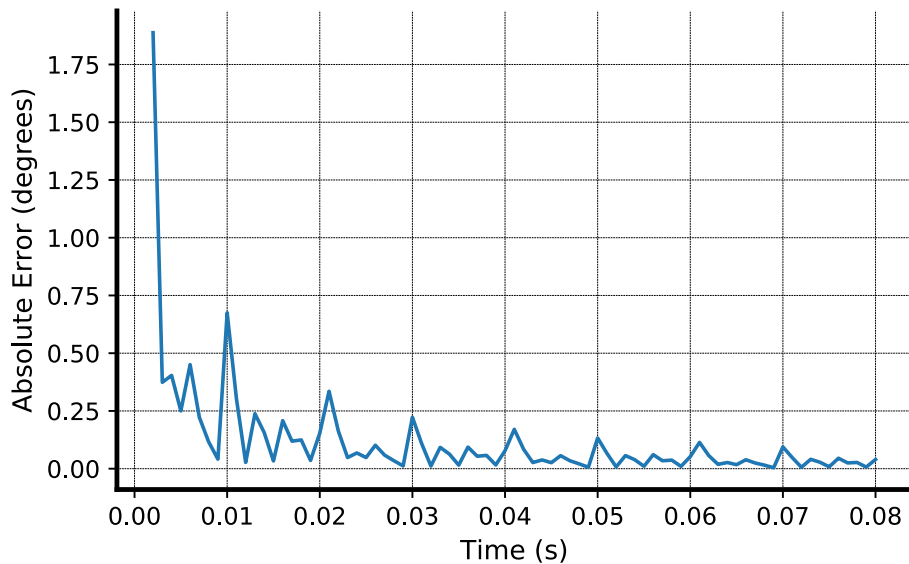


FIG. 3.1: Erro absoluto de estimação, em graus, em função do número de amostras L escolhidas.

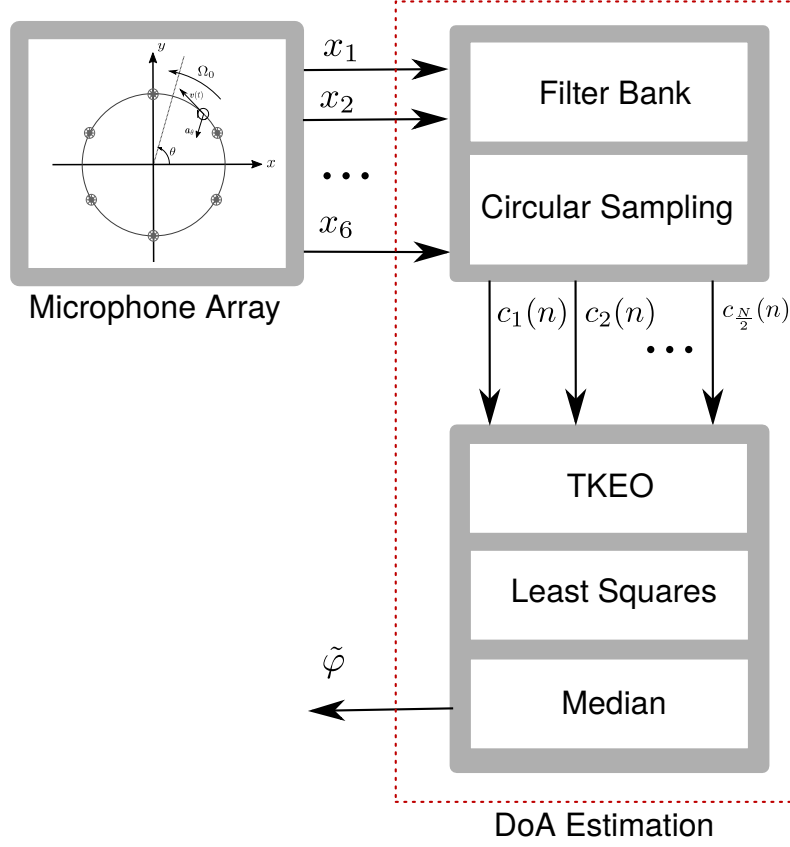


FIG. 3.2: Método proposto para estimação de direção de chegada.

No caso de simulação, como mostrado na Figura 3.3, escolhe-se um sinal de referência (música, voz, ruído ou tom) e uma direção de chegada utilizando-se o software Matlab[®] e, conhecida a geometria do arranjo, é possível estimar o atraso do sinal de referência para cada microfone. Assim, os sinais são atrasados e geram-se sinais simulados para cada microfone. Ruído branco gaussiano também é adicionado nesse sinal de forma a simular presença de ruído na simulação. Se o sinal de referência tem variância σ_{signal}^2 e o ruído gerado, $\sigma_{\text{ruído}}^2$, a relação sinal-ruído (SNR, do inglês *signal-to-noise ratio*) do sinal é considerada como na Equação (3.1):

$$SNR = 10 \log_{10} \frac{\sigma_{\text{signal}}^2}{\sigma_{\text{ruído}}^2}. \quad (3.1)$$

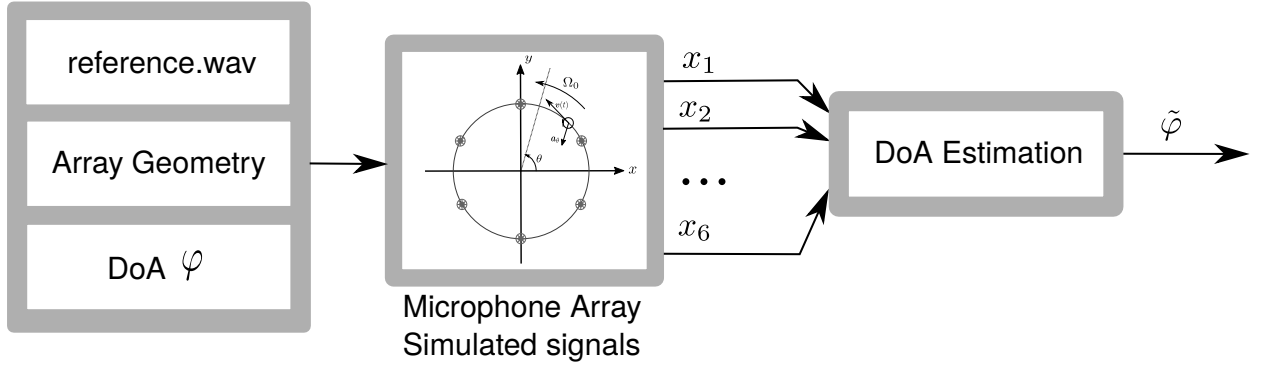


FIG. 3.3: Ilustração da estimação para sinal simulado.

No caso de gravação dos sinais do arranjo, como mostrado na Figura 3.4, os sinais são coletados por interface USB e, a cada $L = 882$ amostras recebidas, estima-se a DoA. Após 2 segundos (88200 amostras), a mediana dos valores encontrados para cada intervalo de frequência é calculada e é escolhida como DoA.

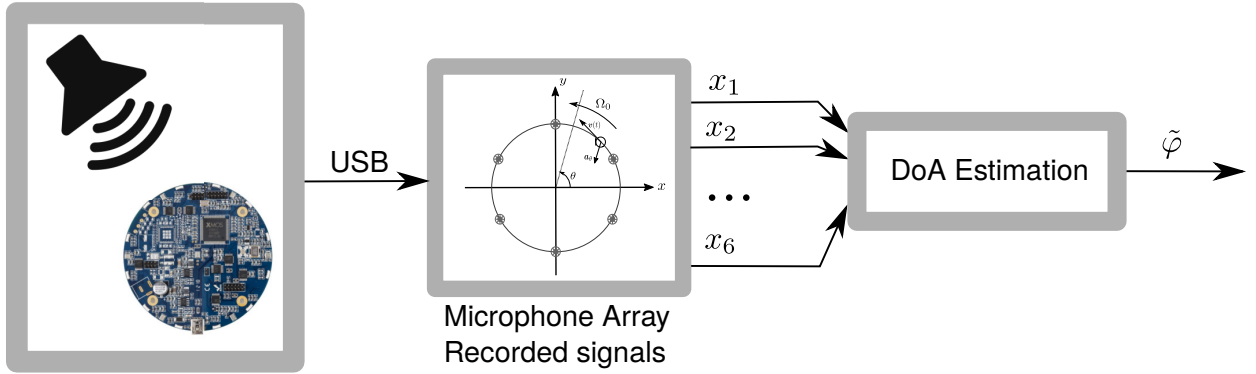


FIG. 3.4: Ilustração da estimação para sinal gravado.

Para sinais gravados, são feitos dois experimentos. No primeiro deles, grava-se previamente os sinais utilizando o arranjo e estima-se a DoA pelo método proposto. No segundo, os sinais são coletados em tempo real pela interface USB e processados, gerando um azimuth estimado. O último experimento não consiste de fato em uma estimação em tempo real, já que perde-se amostras enquanto há processamento das L amostras já coletadas, e também há um tempo para processamento dessas amostras. Dessa forma, a estimação é feita em tempo *quase-real*; em outras palavras, quando a fonte se move, existe um pequeno retardo para que haja modificação no ângulo estimado. O tempo médio de processamento do método em função do número de amostras é mostrado na Figura 3.5, estimado em um computador pessoal com processador *Intel*® Core i5 - 6ª geração utilizando o software *Matlab*® para coleta e processamento de dados via interface USB.

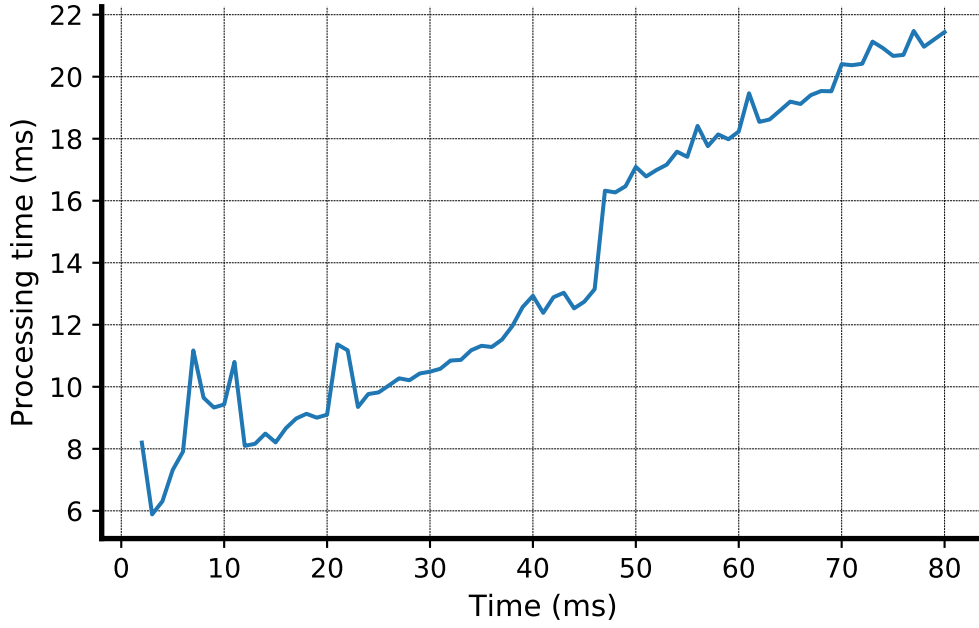


FIG. 3.5: Tempo de processamento para estimação de DoA em função do número de amostras L escolhidas.

Observe que, para 20 milissegundos de amostras, o tempo médio de processamento é de aproximadamente 9 milissegundos para estimação de um tom, ou seja, para um sinal banda-estreita. Para o caso de estimação banda-larga, ou seja, com filtragem, o tempo médio de processamento é de 29 milissegundos. O processo de estimação banda-larga em tempo *quase-real* é ilustrado na Figura 3.6.

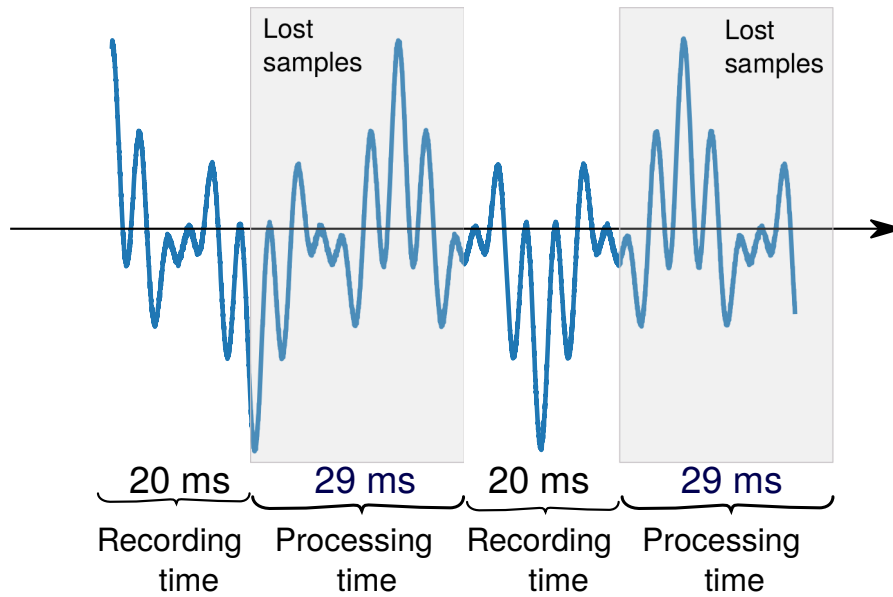


FIG. 3.6: Ilustração do processo de estimação em tempo *quase-real*.

A Figura 3.6 ilustra uma simplificação da evolução temporal da estimação, já que desconsidera qualquer tipo de mecanismo que o arranjo tenha para guardar amostras em Hardware ou Software, como, por exemplo, a utilização de *buffers*, o que levaria a um menor número de amostras perdidas.

4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A Seção 4.1 mostra os resultados obtidos para o caso de sinais teóricos obtidos por simulações, e a Seção 4.2 trata dos resultados para o caso de sinais reais coletados com os microfones do arranjo.

4.1 EXPERIMENTOS TEÓRICOS

A Tabela 4.1 mostra os resultados da estimação (média e desvio padrão dos valores de erro absoluto encontrados para a DoA) para um tom simulado de frequência fixa para duas frequências diferentes de movimento do microfone emulado: $f_0 = 10$ Hz, que emula um microfone movendo-se lentamente, de forma a evitar aliasing; e $f_0 = \frac{f_s}{6}$, com frequência exata para emular a amostragem circular. Nessa etapa de simulação, foram escolhidos 2000 valores aleatórios entre -180° e 180° de DoA para estimação.

TAB. 4.1: Resultados de estimação para um tom na frequência $f_e = 500$ Hz usando sinais simulados para diferentes valores de f_0 . (Erro absoluto, em graus)

SNR	$f_0 = 10$ Hz		$f_0 = \frac{f_s}{6}$ Hz	
	Média	Desvio Padrão	Média	Desvio Padrão
50 dB	0.0107°	0.0080°	0.5306°	0.5841°
20 dB	0.6900°	0.5319°	0.9025°	0.6711°
10 dB	4.0942°	3.0658°	2.5941°	2.1788°
7 dB	6.6159°	4.9500°	3.8077°	3.1604°
2 dB	15.1623°	12.1172°	7.8936°	5.8895°
0 dB	23.0999°	20.8235°	11.4664°	7.9279°

Como esperado, o erro de estimação aumenta com a diminuição da SNR, já que o TKEO é susceptível a ruído. Porém, para SNRs maiores que 7 dB o erro absoluto ainda fica menor que 5° , com desvio padrão também menor que 5° .

Para estudar os resultados de estimação em sinais banda-larga, foram escolhidos três sinais de referência diferentes: um de música, um de ruído branco gaussiano e um de voz. Uma amostra dos sinais no tempo é mostrada na Figura 4.1. Devido a momentos de

silêncio que não foram retirados do sinal, espera-se um pior desempenho no caso de sinais de voz.

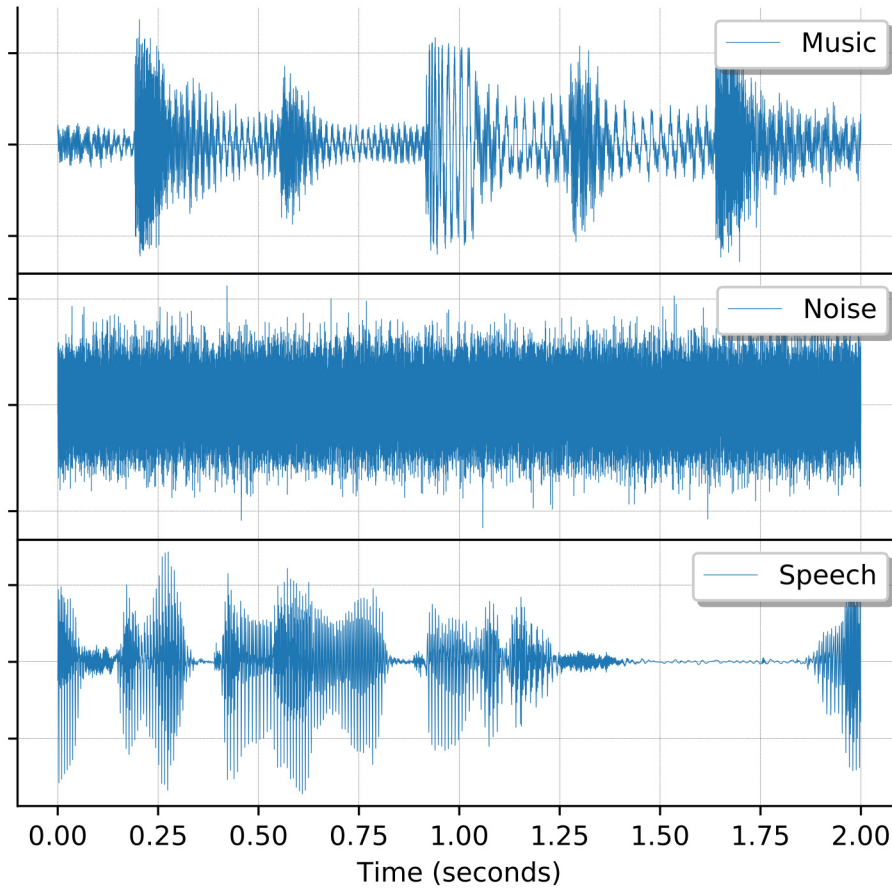


FIG. 4.1: Sinais utilizados como referência para estimação banda-larga.

Foram simulados cinco diferentes valores de DoA, e os resultados, que correspondem à média e o desvio padrão dos valores encontrados em cada intervalo de tempo, são mostrados na Tabela 4.2.

TAB. 4.2: Resultados de estimação para cinco diferentes valores de DoA φ para sinais de música, ruído e voz (Erro absoluto, em graus)

φ	Música		Ruído		Voz	
	Média	Desvio Padrão	Média	Desvio Padrão	Média	Desvio Padrão
0°	2.071°	2.497°	1.267°	1.116°	5.026°	8.077°
120°	1.921°	1.6528°	1.512°	1.403°	5.671°	11.094°
225°	9.900°	4.298°	11.226°	2.519°	17.522°	34.943°
-90°	1.902°	2.376°	1.008°	0.693°	6.521°	14.496°
-67.5°	6.203°	2.948°	6.88°	2.239°	8.735°	9.562°

Para sinais em banda-larga, o erro absoluto mostra resultados aceitáveis, geralmente próximos a 5° . Como esperado, os sinais de voz apresentam maior erro de estimação.

4.2 EXPERIMENTOS PRÁTICOS

4.2.1 SINAIS PREVIAMENTE COLETADOS

Os sinais foram coletados em uma sala de 3 metros de altura com dimensões de 6.4 m x 6.4 m. A gravação foi feita de 3 posições diferentes, cada uma com o arranjo em cima de uma mesa, e mudando a posição da caixa de som, como na Figura 4.2. As DoAs correspondentes de cada posição da fonte estão representadas na Figura 4.3. O sinal emitido pela caixa de som foi um sinal de música, como na Figura 4.1.

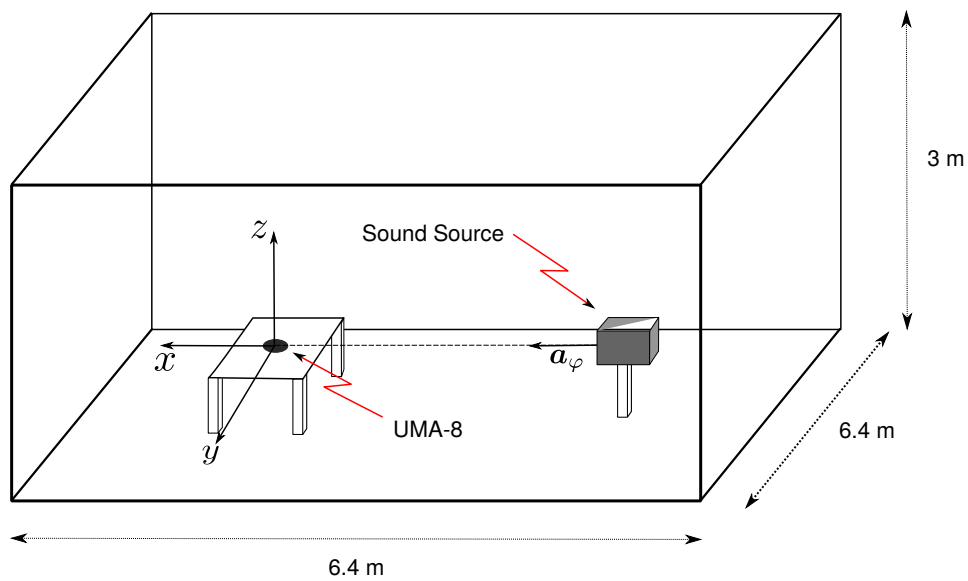


FIG. 4.2: Ambiente de coleta de dados para experimento prático.

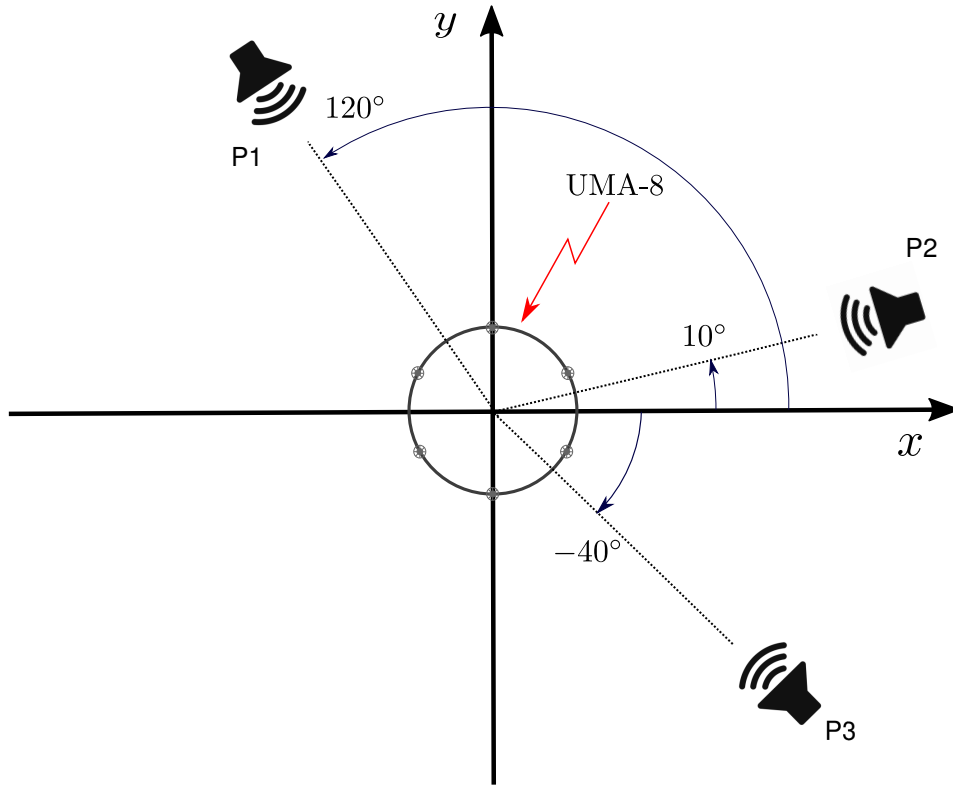


FIG. 4.3: Direções de chegada das 3 posições de fonte (vista superior).

Os resultados dos sinais coletados estão mostrados na Figura 4.4, que mostra o histograma com todas as DoAs estimadas para o intervalo de tempo utilizado. Pode-se observar que os picos do histograma coincidem razoavelmente com os ângulos de azimuth utilizados para gravação.

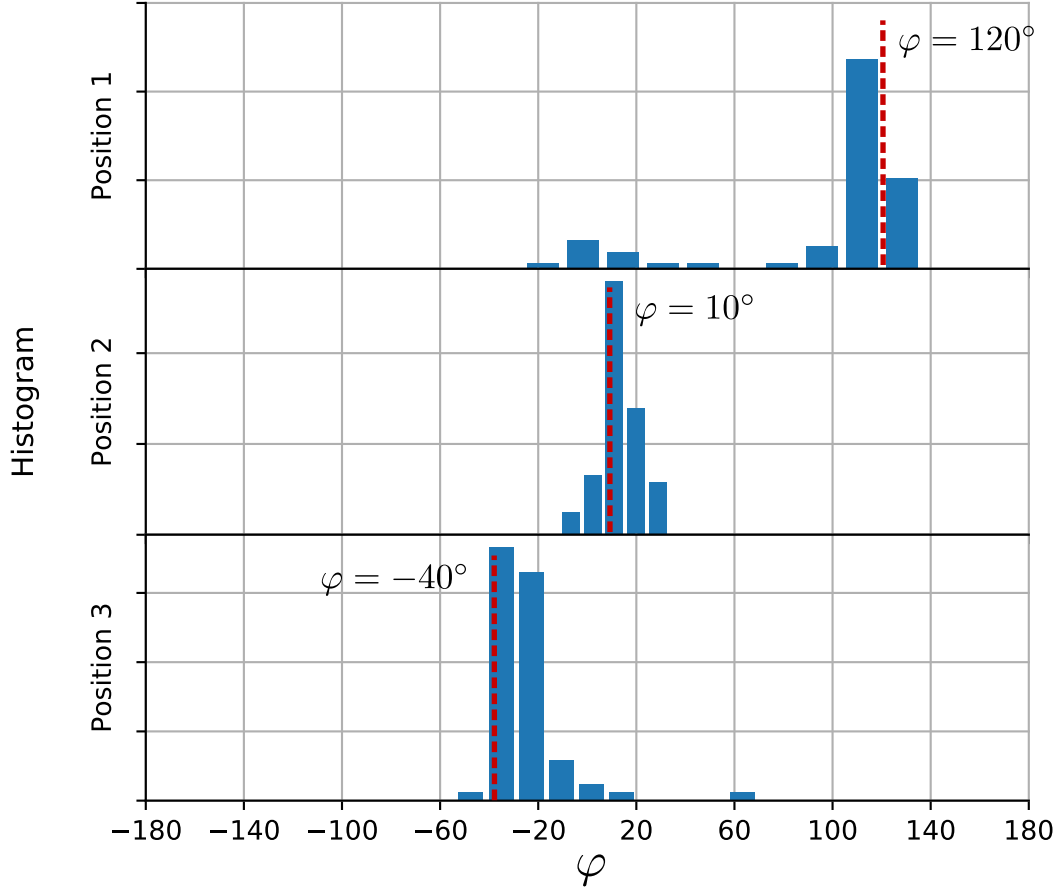


FIG. 4.4: Histograma das estimações para o intervalo de tempo escolhido para as 3 posições da fonte (valores corretos indicados por barras verticais vermelhas).

4.2.2 SINAIS EM TEMPO QUASE-REAL

Os sinais em tempo *quase*-real foram coletados de L em L amostras pela interface USB, e a estimação de DoA foi feita. Após o término da estimação da DoA para as L amostras, coletou-se mais L amostras, e assim sucessivamente. Todo o processamento é feito no software Matlab[®], e a DoA estimada é mostrada em um display em tempo *quase*-real. A Figura 4.5 mostra a estimação para um tom de frequência $f_e = 1$ kHz, e a Figura 4.6 mostra a estimação para um ruído branco gaussiano. Conforme trocou-se a posição da fonte, o display mostrou também a mudança na DoA estimada, acompanhando o movimento da fonte. A demonstração do experimento pode ser assistida em vídeo no link em Sampaio (2019).

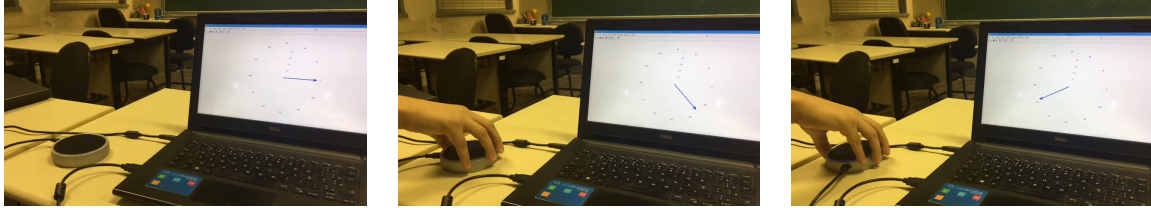


FIG. 4.5: Coleta áudio e processamento para estimação de DoA em tempo quase-real de um tom (a fonte utilizada ficou estacionária e girou-se o arranjo).

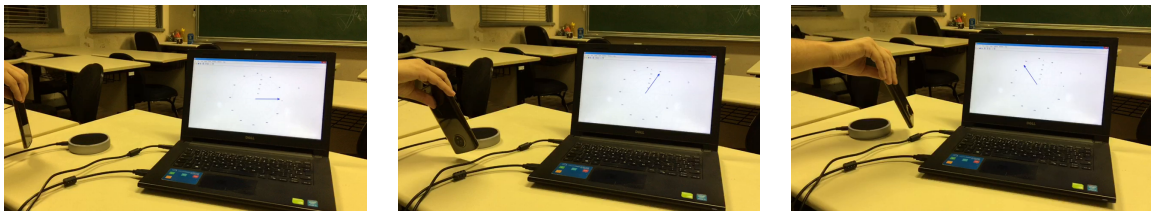


FIG. 4.6: Coleta de áudio e processamento para estimação de DoA em tempo quase-real de um ruído branco gaussiano (a fonte utilizada foi o celular que variou de posição ao redor do arranjo).

5 CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou um método que utiliza minimização com mínimos quadrados para localização de fontes sonoras utilizando-se da variação de frequência de um sinal devido a efeito Doppler. Foi utilizado um pequeno arranjo de microfones com amostragem circular, e foi feita a estimação de frequência instantânea em certas bandas de frequência obtidas após filtragem com o Teager-Kaiser Energy Operator de tempo discreto. Para encontrar a Direção de Chegada do sinal sonoro, utilizou-se uma função custo mínimos quadrados e encontrou-se o azimuth que a minimizava. Resultados de simulação mostraram erros aceitáveis, na ordem de 5° , mesmo sem nenhum tipo de processamento para melhoria do sinal coletado, como, por exemplo, eliminação de ruído. Resultados práticos mostraram também a possibilidade de utilização em tempo *quase*-real com estimação por Software, podendo ser estendida para implementação em *Hardware*, como processadores digitais de sinais (DSP, do inglês *Digital Signal Processor*).

Como trabalhos futuros, destaca-se a possibilidade de modelagem do problema considerando que a fonte não é estacionária, de forma a também considerar o efeito Doppler devido ao movimento da fonte; a implementação do sistema em *Hardware* para detecção em tempo real; pós-processamento do azimuth para estimações mais precisas, utilizando, por exemplo, um filtro de Kalman; e pré-processamento do sinal recebido para eliminação de ruído, de forma a melhorar a performance do TKEO.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CAPON, J. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis. **Proceedings of the IEEE**, 1969.
- CLARK, P.; ATLAS, L. Time-frequency coherent modulation filtering of nonstationary signals. **IEEE Transactions on Signal Processing**, 2009.
- DEY, N.; ASHOUR, A. S.; SHI, F. ; SHERRATT, R. S. Wireless capsule gastrointestinal endoscopy: Direction-of-arrival estimation based localization survey. **IEEE Reviews in Biomedical Engineering**, 2017.
- EDILSON CELESTINO DOS SANTOS. Avaliação de desempenho de algoritmos de localização de emissores de RF baseados em medidas de marcação em um cenário naval. **Dissertação de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia**, 2017.
- HALLIDAY, D.; RESNICK, R. ; WALKER, J. **Fundamentals of Physics**. Cleveland State University: John Wiley & Sons Canada, Limited, 2010.
- HAYKIN, S. **An Introduction to Analog and Digital Communications**. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, Inc., 1989.
- HUANG, J.; ZHANG, L.; ZHANG, Q.; JIN, Y. ; JIANG, M. Performance analysis of DoA estimation for MIMO sonar based on experiments. **2009 IEEE/SP 15th Workshop on Statistical Signal Processing**, 2009.
- IZABELA L. FREIRE, JOSÉ A. APOLINÁRIO JR. Localização de atirador por arranjo de microfones. **Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI)**, 2011.
- JEON, S.-S.; WANG, Y.; QIAN, Y. ; ITOH, T. A novel smart antenna system implementation for broad-band wireless communications. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, 2002.
- KAISER, J. F. On a simple algorithm to calculate the 'energy' of a signal. **International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing**, 1990.
- L. VAN TREES, H. **Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part IV, Optimum Array Processing**. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2002.

- LAM, C.; SINGER, A. Bayesian beamforming for doa uncertainty: Theory and implementation. **Transactions on Signal Processing**, 2006.
- MINIDSP. MiniDSP UMA-8 USB MicArray. Disponível em: <https://www.minidsp.com/products/usb-audio-interface/uma-8-microphone-array>.
- POGGI, V.; FÄH, D. Estimating Rayleigh wave particle motion from three-component array analysis of ambient vibrations. **Geophysical Journal International**, 2009.
- QIN, S.; ZHANG, Y. D. ; AMIN, M. G. DoA estimation of mixed coherent and uncorrelated targets exploiting coprime MIMO radar. **Digital Signal Processing**, 2017.
- RABINER, L. R.; SCHAFER, R. W. **Introduction to Digital Speech Processing**. Hanover, MA, USA: Now Publishers Inc., 2007.
- ROY, R.; KAILATH, T. Esprit-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques. **IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing**, 1989.
- L. SAMPAIO. Doppler effect-based DoA estimation with Matlab. Disponível em: <https://youtu.be/1-rehNUIkH4>.
- SCHASSE, A.; MARTIN, R. Localization of acoustic sources based on the Teager-Kaiser Energy Operator. **2010 18th European Signal Processing Conference**, 2010.
- SCHASSE, A.; TENDYCK, C. ; MARTIN, R. Source localization based on the doppler effect. **International Workshop on Acoustic Signal Enhancement**, 2012.
- SMITH, J.; ABEL, J. Closed-form least-squares source location estimation from range-difference measurements. **IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing**, 1987.
- STOICA, P.; MOSES, R. **Spectral Analysis of Signals**. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, Inc., 2005.